Indications du TD n8

Indication 1 Faire une étude de fonction.

Indication 2 Trouver un majorant et un minorant puis regarder si c'est le plus pertinent.

Indication 3 Si on trouve un majorant de l'ensemble, on sait qu'il est plus grand que le sup.

Indication 4 Utiliser le fait que le sup / inf est le plus petit/grand des majorants/minorants.

Indication 5 Montrer que $\lfloor x \rfloor + n$ vérifie la caractérisation de la partie entière de $x + n$.

Indication 7 Écrire les inégalités provenant de la définition de la partie entière.

Indication 8 Regardez sur des valeurs particulières de x ce qu'il se passe.

Indication 9 Commencer par montrer l'égalité pour $x \in [0,1[$ puis généraliser en écrivant $x = a + \lfloor x \rfloor$ avec $a \in [0,1[$.

Indication 10 Raisonner par équivalence.

Indication 11 Faire une disjonction de cas selon la parité de $n + m$.

Indication 12 Trouver un majorant et un minorant puis regarder si c'est le plus pertinent.

Indication 13

1. Raisonner par double inégalité en utilisant le fait qu'il existe une suite $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tel que $\lim\limits_{n\to+\infty} b_n = \sup(B)$.
2. Raisonner par double inégalité.
3. Montrer que $\sup(A+B) - \inf(B)$ est un majorant de A.

Indication 14 Raisonnez par disjonction de cas selon que y est entier ou non.

Indication 15 Donner un encadrement de la fonction à l'aide de la définition de partie entière.

Indication 16 Raisonner par double implication.

Indication 17 Il faut d'abord écrire l'inégalité sans les sup puis "passer au sup" d'un coté, puis de l'autre de l'inégalité (en justifiant correctement!).

Indication 18 Étudier les variations de $f_a : x \mapsto x^2 + ax - 1$ sur $[0,1]$.

Indication 19 Traiter dans un premier temps le cas où $x \in]0,1]$ en déterminant quels termes de la somme sont nuls.

Indication 20 Montrer que $\sqrt{n} + \sqrt{n+1} < \sqrt{4n+2}$ puis supposer par l'absurde qu'il existe $m \in \mathbb{N}$ tel que $\sqrt{n} + \sqrt{n+1} < m < \sqrt{4n+2}$.

Indication 21 Regarder pour quels entiers k, la partie entière de $\sqrt{k}$ est identique (et les dénombrer!)